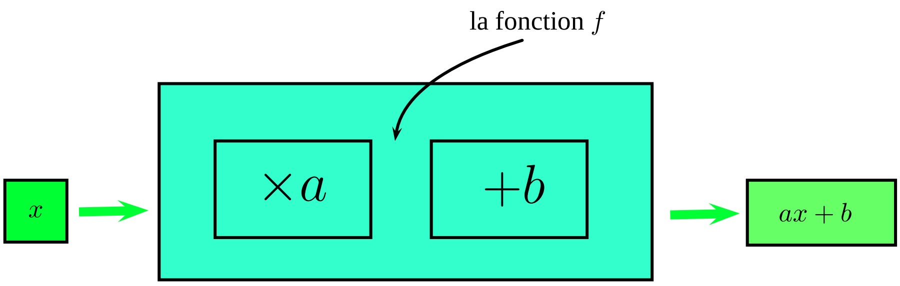
Petit tour rapide sur les fonctions

Qu'est-ce qu'une fonction ?
Pour bien comprendre, une fonction est une **machine** à laquelle on donne de la **matière** : la variable x, et qui change cette variable pour donner un **produit fini**, comme dans l'industrie.



Au programme de 3^{me} ne figurent que les **fonctions affines**.

1 La fonction affine

Définition 1.1

Soient a et b des nombres donnés.
Une fonction affine f est une fonction qui "transforme" x en $ax+b$, c'est-à-dire qui associe à chaque nombre x le nombre $f(x) = ax + b$.

Soit dit différemment, quand on prend un nombre x et qu'on le met dans la **machine** qu'est la fonction, il est multiplié par a et on lui ajoute b. Le résultat final est donc noté $f(x)$ et vaut $ax + b$.

Exemple : Soit f la fonction affine qui a x associe $3x + 4$. Dans ce cas là, on a $a = 3$ et $b = 4$.
En appliquant la définition on déduit que $f(x) = 3x + 4$ quelque soit x.
Si $x = 1, f(x) = f(1) = 3 \times 1 + 4 = 3 + 4 = 7$ dont $f(1) = 7$
Si $x = 2, f(x) = f(1) = 3 \times 2 + 4 = 6 + 4 = 10$ dont $f(2) = 10$
Si $x = -3, f(x) = f(1) = 3 \times (-3) + 4 = -9 + 4 = -5$ dont $f(-3) = -5$

2 Représentation graphique d'une fonction

Quand on veut représenter une fonction, on représente en fait la valeur de la fonction pour x qui varie.

Définition 2.1

La représentation graphique de la fonction affine $x \rightarrow ax + b$ dans un repère est constituée des points de coordonnées (x, ax+b)

Que veut dire ce charabia ?
En fait sur un repère, l'axe des abscisses représente les différentes valeurs que peut prendre x, et c'est la première coordonnée. La seconde coordonnée est à calculer en fonction de la valeur x que l'on choisit et vaut $ax + b$. Ces deux coordonnées permettent de placer **1 point** sur le repère. Si l'on fait ça une deuxième fois pour une **autre valeur de** x, on obtient un **deuxième point** et l'on peut tracer la droite entre les 2 points, qui est la représentation de la fonction.

3 Quelques exercices

3.1 Calculer l'image d'un nombre

Définition 3.1

L'image d'un nombre x est la valeur $f(x)$

Soit la fonction affine f qui a x associe le nombre $2x + 5$.

1. Que valent a et b dans cet exemple ?
2. Calculer f(2) et f(0).

Soit la fonction affine f qui a x associe le nombre $-x + 12$.

1. Que valent a et b dans cet exemple ?
2. Calculer f(1) et f(-1).

Soit la fonction affine f qui a x associe le nombre $4x$.

1. Que valent a et b dans cet exemple ?
2. Calculer f(0) et f(10).

3.2 Calculer le nombre dont on connaît l'image

C'est l'inverse de l'exercice précédent.

Exemple : Soit f la fonction affine qui a x associe $3x + 4$. Si $f(x)$ vaut 5, combien vaut x ?
$f(x) = 5$ donc $3x + 4 = 5$ donc $3x + 4 - 4 = 5 - 4$ donc $3x = 1$ donc $x = \dfrac{1}{3}$

Soit la fonction affine f qui a x associe 2x-2.

- Que vaut x si $f(x) = 4$?
- Que vaut x si $f(x) = 0$?
- Que vaut x si $f(x) = 9$?

Soit la fonction affine f qui a x associe 4x.

- Que vaut x si $f(x) = 3$?
- Que vaut x si $f(x) = 24$?
- Que vaut x si $f(x) = 0$?

3.3 Représenter graphiquement une fonction affine

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (unité graphique : le cm), on désigne par (d) la droite représentant la fonction affine f qui a x associe $\dfrac{1}{2}x + 4$. Tracer la droite (d).

4 Quelques éléments de réponse

4.1 Calculer le nombre dont on connaît l'image

1. $a = 2$, $b = 5$
2. $f(2) = 2 \times 2 + 5 = 9$ et $f(0) = 2 \times 0 + 5 = 5$

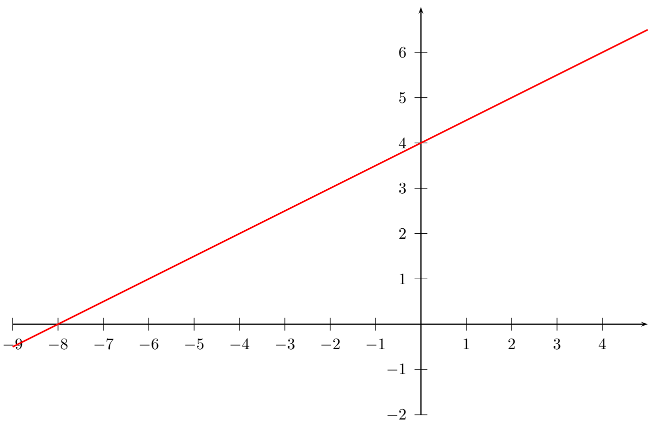
1. $a = -1$ et $b = 12$
2. $f(1) = -1 \times 1 + 12 = 11$ et $f(-1) = -1 \times (-1) + 12 = 1 + 12 = 13$

1. $a = 4$ et $b = 0$
2. $f(0) = 0$ et $f(10) = 40$

4.2 Calculer le nombre dont on connaît l'image

- $x = 3$
- $x = 1$
- $x = \dfrac{11}{2}$
- $x = \dfrac{3}{4}$
- $x = 6$
- $x = 0$

4.3 Représenter graphiquement une fonction affine



On cherche l'image de 0 : $f(0) = 4$. On place le point $(0, 4)$.
On cherche le nombre dont l'image est 0 : $\frac{1}{2}x + 4 = 0$ donc $x = -8$. On place le point $(-8, 0)$.
On relie les deux points et on a la droite voulue !